פרקטיקות שימור אנרגיה מסילה אנכית ולולאה אנכית

כאשר כל הכוחות הפועלים על הגוף הם כוחות משמרים האנרגיה המכנית נשמרת. במקרים בהם האנרגיה המכנית נשמרת לרוב הפתרון מתבסס על משוואת שימור האנרגיה.

קובץ זה עוסק בשימור אנרגיה במסילה אנכית ובלולאה אנכית. במקרים כאלו יש להשתמש בשימור אנרגיה מכנית ובמשוואות התנועה.

המקרים בהם עוסק תרגול זה:

1- תנועה ממנוחה במורד מישור משופע חלק.

2-תנועה במורד מסילה מעגלית.

3-תנועה במסילה בעלת שני מסלולים מעגליים שונים.

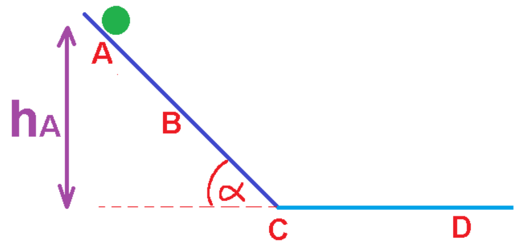
4- תנועה בלולאה אנכית.

נוסחאות המופיעות בדפי הנוסחאות:

עבודה של כוח הקבוע בגודלו ובכיוונו כאשר $\Delta s = \lvert \Delta x \rvert$,	$W = F_x \Delta x = F \cos\theta \, \Delta s$
אנרגייה קינטית	$E_k = \frac{1}{2} m v^2$
אנרגייה פוטנציאלית כובדית (שדה אחיד) $\left(U_{G(h=0)} = 0\right)$	$U_G = mgh$
אנרגייה פוטנציאלית אלסטית (במצב רפוי $U_{sp} = 0$)	$U_{sp} = \frac{1}{2} k (\Delta \ell)^2$
משפט עבודה-אנרגייה	$W_{\text{כוללת}} = \Delta E_k$
עבודת שקול הכוחות הלא–משמרים (E — אנרגייה מכנית כוללת)	$W_{\text{לא משמרים}} = \Delta E$

כוח הכבידה	$F = mg$
חוק הוק (גודל כוח אלסטי)	$F = k \Delta \ell$
גודל כוח חיכוך סטטי קינטי	 $f_s \le \mu_s N$ $f_k = \mu_k N$
החוק השני של ניוטון	$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$
צפיפות חומר	$\rho = \frac{m}{V}$

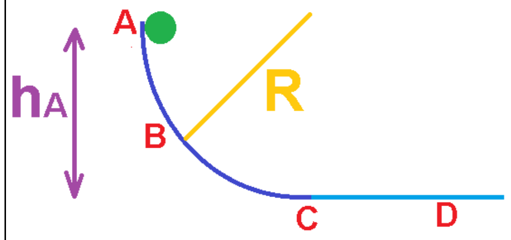
1- תנועה ממנוחה במורד מישור משופע חלק.

תיאור התנועה	ביטוי נדרש	העקרונות הפיזיקליים	תשובה	הערות חשובות	קישור
נתונה מסילה נטויה וחלקה המחוברת למסילה אופקית חלקה.  גוף משוחרר ממנוחה מהנקודה A הנמצאה על המסילה הנטויה , (בגובה hA מעל המסילה האופקית). בתנועתו חולף הגוף בנקודות:A,B,C,D **1.1** - בטא את מהירות הגוף בנקודה D בתלות בגובה hA $$V_D(hA)=?$$ השתמש בעקרונות הקינמטיקה דינמיקה.		<u>דינמיקה</u> $$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$$ <u>קינמטיקה</u> הפונקציות הקינמטיות: $$X=X_0+V_0t+\frac{1}{2}at^2$$ $$V=V_0+at$$ $$V^2=V0^2+2a\Delta X$$ הנחיה: יש לערוך תרשים כוחות לכתוב את משוואות התנועה ולבטא את התאוצה ממשוואות התנועה. ניתן לחשב מהירות זו בעזרת קינמטיקה. (יש לבטא גאומטרית את העתק התנועה כתלות בגובה השחרור)	$$V_D=\sqrt{2\cdot g\cdot h_A}$$	1. כאשר הגוף נע על המסילה האופקית החלקה, שקול הכוחות הפועלים עליו שווה לאפס, הגוף מתמיד בתנועתו. מהירות הגוף בנקודה D שווה למהירותו בנקודה C. 2. כדי למצוא את מהירות הגוף בנקודה D יש לחשב את מהירותו בנקודה C. 3. בקינמטיקה אנחנו עוסקים בהעתק התנועה ולא בגובה הגוף. כדי לבטא את מהירות הגוף בנקודה C בתלות בגובה הנקודה A, יש לבטא גיאומטרית את ההעתק התנועה מנקודה A לנקודה C בתלות בגובה הנקודה A. (בעזרת פונקציית הסינוס).	

1.2- בטא את מהירות הגוף בנקודה C בתלות בגובה hA $$V_D(hA)=?$$ השתמש בשימור אנרגיה מכנית	**שימור אנרגיה** במקרים בהם רק כוח הכובד עושה עבודה האנרגיה המכנית נשמרת: $$E_K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot V^2$$ $$U=m\cdot g\cdot h$$ $$Ek_A+U_A=Ek_B+U_B$$	$$V_D=\sqrt{2\cdot g\cdot h_A}$$ 1. על הגוף פועלים רק שני כוחות, כוח הכובד וכוח הנורמל. כוח הנורמל פועל בניצב לתנועה, הוא לא מבצע עבודה. מכיוון שרק כוח הכובד עושה עבודה, האנרגיה המכנית נשמרת. 2. במקרה זה, הרבה יותר קל ונכון להשתמש בשימור אנרגיה . (ולא בקינמטיקה דינמיקה).	
1.3- בטא את גודלו של כוח הנורמל הפועל על הגוף כאשר הוא חולף בנקודה B $$N_B(m,g,\alpha)=?$$ השתמש בעקרונות דינמיקה.	**דינמיקה** $$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$$	$$N_B=mg\cdot\cos(\alpha)$$ 1.מהביטוי ניתן לראות שכוח הנורמל תלוי בשלושה גדלים: זווית נטיית המישור , במסת הגוף ובתאוצת הכובד. שלושת הגדלים האלו לא משתנים בזמן תנועת הגוף, לכן כוח הנורמל לא משתנה בגודלו ובכיוונו. 2.במקרה זה, כוח הנורמל לא תלוי במהירות הגוף, למרות שמהירות הגוף גדלה כוח הנורמל לא משתנה.	
1.4-. בטא את גודלו של כוח הנורמל הפועל על הגוף בתנועתו במסילה האופקית. $$N_D(m,g)=?$$ השתמש בעקרונות דינמיקה.	**דינמיקה**	$$N_D=mg$$	

2-תנועה במורד מסילה מעגלית

נתונה מסילה אנכית חלקה, שצורתה רבע מעגל, ורדיוסה R. המסילה האנכית מחוברת למסילה אופקית חלקה.



גוף משוחרר ממנוחה מהנקודה A הנמצאת בגובה hA מעל המסילה האופקית.
נתון שהגובה hA שווה לרדיוס המסילה R.
הגוף נע במורד המסילה האנכית, בתנועתו חולף הגוף בנקודות: A , B , C ,D .

2.1- בטא את מהירות הגוף בנקודה D בתלות בגובה hA

$$V_D(hA)=?$$

השתמש בשיקולי אנרגיה

$$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$$

שימור אנרגיה

במקרים בהם רק כוח הכובד עושה עבודה האנרגיה המכנית נשמרת:

$$E_K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot V^2$$

$$U=m\cdot g\cdot h$$

$$Ek_A+U_A=Ek_B+U_B$$

מקרה זה הוא מקרה פרטי של המקרה הקודם.
אפשר להגיד שהגוף נע על משטח שזווית נטייתו היא אפס.

$$V_D=\sqrt{2\cdot g\cdot h_A}$$

1.גם במקרה זה האנרגיה המכנית נשמרת. מביטוי שימור האנרגיה מתקבל ביטוי זהה לביטוי המתקבל בסעיף 1.1

2.עבודת כוח הכובד לא תלויה במסלול לאורכו פועל כוח הכובד, (ורק כוח הכובד עושה עבודה) לכן ביטוי המהירות בנקודה D בתלות בגובה הנקודה A לא משתנה.

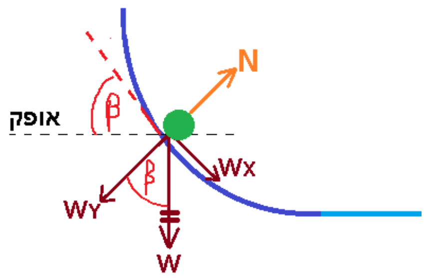
נסמן את זווית נטיית המישור מעל האופק בנקודה B באות β.

2.2 - בטא את כוח הנורמל הפועל על הגוף כאשר הוא חולף בנקודה B.

$$N_B(m,g,\beta,V_B)=?$$

השתמש בעקרונות הדינמיקה

<u>הנחיה</u>: יש לערוך תרשים כוחות, לכתוב את משוואות התנועה המעגלית ולבטא את כוח הנורמל.



$$N_B=mg\cdot\cos(\beta)+\frac{mV_B{}^2}{R}$$

1.מביטוי הנורמל במקרה זה ניתן לראות שככל שמהירות הגוף גדולה יותר כך הוא "מעיק" יותר על המשטח, כוח הנורמל גדול יותר.

2. בסעיף 1.3 עסקנו בגוף הנע לאורך קו ישר, במקרה זה אנחנו עוסקים בתנועה מעגלית, זה מקרה אחר.

2.3 - בטא את כוח הנורמל הפועל על הגוף כאשר הוא חולף בנקודה B.

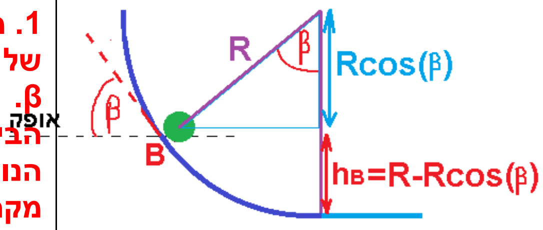
$$N_B(m, g, \beta) = ?$$

השתמש בעקרונות הדינמיקה, בשימור אנרגיה ובגיאומטריה.

הנחיה: משימור אנרגיה מכנית, מהירות הגוף בנקודה B תלויה בגובה hB מעל למישור הייחוס.

יש לבטא גובה זה גיאומטרית בתלות בזווית β.

הגובה hB מבוטא בתרשים הבא:



במקרה זה מתקיים:

$$\frac{mV_B^{2}}{R} = 2mg \cdot \cos(\beta)$$

בתנועה בקו ישר הכוח השקול לא תלוי במהירות הגוף.
בתנועה מעגלית הכוח הצנטריפטלי כן תלוי במהירות הגוף.

$$N_B = 3 \cdot mg \cdot \cos(\beta)$$

1. מסעיף זה אנחנו רואים שניתן לבטא מתמטית את גודלו של כוח הנורמל בתלות בזווית נטיית המסילה מעל האופק β.

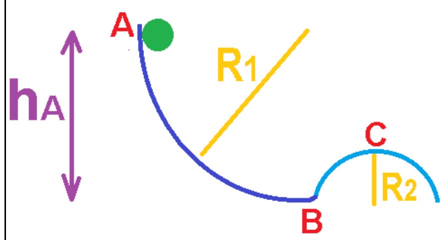
הביטוי שקבלנו שונה מעט (רק בערך המקדם) מביטוי הנורמל של גוף הנע במורד מסילה ישרה. אך כאמור, אלו מקרים שונים. מקרה זה עוסק בתנועה מעגלית, וסעיף 1.3 עוסק בתנועה בקו ישר.

2. לא נכון להתייחס למקרה זה כאל מקרה כללי של גוף הנע במסילה ישרה.

כך למשל, כאשר הגוף נע במסילה האופקית ערך הנורמל לא שווה: $3 \cdot mg$, הוא שווה: mg .

3-תנועה במסילה בעלת שני מסלולים מעגליים שונים.

נתונה מסילה אנכית חלקה, שצורתה רבע מעגל, ורדיוסה R1. למסילה זו מחוברת מסילה אנכית חלקה נוספת שצורתה חצי מעגל ורדיוסה R2.



נתון שרדיוס R1 גדול פי 2 מרדיוס R2.

גוף משוחרר ממנוחה מהנקודה A הנמצאת בגובה hA (שווה לרדיוס R1)מעל הנקודה B. הגוף נע במורד המסילה האנכית, בתנועתו חולף הגוף בנקודות: A , B ו- C .

3.1- בטא את מהירות הגוף בנקודה C בתלות ברדיוסי המסילות האנכיות R1 ו- R2 .

$$V_C\left(R_1,R_2\right)=?$$

השתמש בשיקולי אנרגיה

שימור אנרגיה

במקרים בהם רק כוח הכובד עושה עבודה האנרגיה המכנית נשמרת:

$$E_K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot V^2$$

$$U=m\cdot g\cdot h$$

$$Ek_A+U_A=Ek_B+U_B$$

$$V_C=\sqrt{2\cdot g\cdot(R_1-R_2)}$$

1. בתנועת הגוף בשתי המסילות רק כוח הכובד מבצע עבודה. לכן האנרגיה המכנית נשמרת.

2. משימוש במשוואת שימור האנרגיה מתקבל ביטוי למהירות הגוף בתלות בהפרש הגבהים , ללא כל תלות בצורת מסלול תנועת הגוף.

3.2 - בטא את כוח הנורמל הפועל על הגוף כאשר הוא חולף בנקודה C.

$$N_C\left(m,g,R_2\right)=?$$

השתמש בעקרונות הדינמיקה,

דינמיקה

$$\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$$

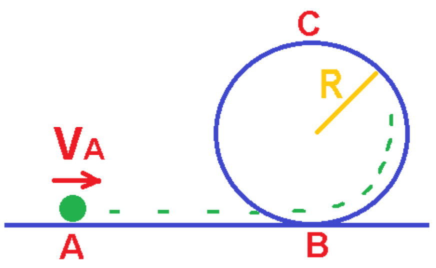
<u>הנחיה</u>: יש לערוך תרשים כוחות, לכתוב את משוואות התנועה המעגלית ולבטא את כוח הנורמל.

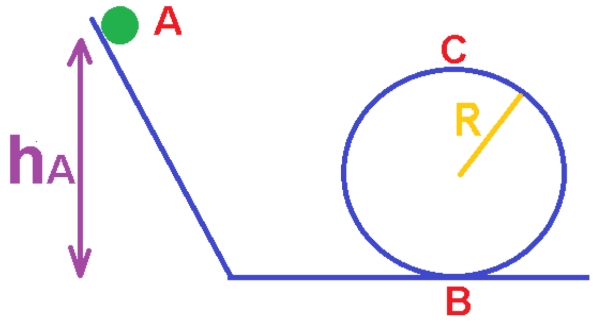
$$N_C=mg-\frac{m\cdot V_C{}^2}{R2}$$

1.הגוף נמצא מעל המסילה, כוח הנורמל פועל כלפי מעלה, וכוח הכובד פועל כלפי מטה.
2.בנקודה C הכוח הצנטריפטלי פועל אל נקודת מרכז הסיבוב - כלפי מטה.
3. מהביטוי המתקבל בסעיף זה, ניתן לראות שכאשר מהירות הגוף גדולה יותר כוח הנורמל קטן (בשונה מסעיף 2.2)

3.3 - בטא את המהירות Vc' הקטנה ביותר עבור הגוף לא יעיק על המסילה בנקודה C. $$V_C'(g, R_2) = ?$$	**דינמיקה** $$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$ **הנחיה**: יש למצוא את המהירות VC עבור כוח הנורמל שווה לאפס.	$$V_C' = \sqrt{g \cdot R_2}$$ 1. כאשר הגוף מגיע לנקודה C ומהירותו : הגוף לא מעיק על המסילה בנקודה C , הוא ינועו רגעית בנפילה חופשית. 2. כדאי לבחון את תקינות יחידות הביטוי המתקבל. 3. מהביטוי ניתן לראות שמסת הגוף לא משפיעה על ערך המהירות הקטנה ביותר בנקודה C בה הגוף לא מעיק על המסילה. .	
3.4 –מצא את יחס הרדיוסים $\frac{R_1}{R_2}$ עבור גוף המשוחרר ממנוחה מהנקודה A לא יעיק על המסילה בנקודה C. $$\frac{R_1}{R_2} = ?$$	**הנחיה**: יש לכתוב את משוואת שימור האנרגיה $E_A = E_C$ למקרה שהמהירות בנקודה C היא VC' (המהירות עבורה כוח הנורמל בנקודה C שווה לאפס)	$$\frac{R_1}{R_2} = 1.5$$ התנאי היחיד לכך שהגוף לא יעיק על המסילה בנקודה C , הוא שרדיוס המסילה הגדולה יהיה גדול פי 1.5 מרדיוס המסילה הקטנה. תנאי זה נכון רק כאשר הגוף משוחרר ממנוחה. מגובה R1.	

4- תנועה בלולאה אנכית.

נתונה מסילה חלקה המורכבת מקטע מסלול אופקי ולולאה אנכית שרדיוסה R.  גוף נזרק במהירות התחלתית VA מהנקודה A. הגוף נע לאורך קטע המסילה הישר עד לנקודה B ומשם עולה הגוף במעלה המסילה האנכית. **4.1** – בטא את כוח הנורמל הפועל על הגוף בנקודה C כתלות במהירותו ההתחלתית VA.	**הנחיה**: תחילה יש לבטא את כוח הנורמל ממשוואת התנועה המעגלית בתלות במהירות הגוף בנקודה C. לאחר מכן, יש לבטא את מהירות הגוף בנקודה C בתלות במהירותו בנקודה A בעזרת משוואת שימור האנרגיה המכנית. שימו לב, כאשר הגוף חולף בנקודה C הוא נמצא מתחת למסילה, כוח הנורמל פועל כלפי מטה.	$$N_C = \frac{m \cdot V_A^2}{R} - 5mg$$ 1.כאשר הגוף חולף בנקודה C הוא נמצא מתחת למסילה, כוח הנורמל פועל כלפי מטה. 2. הנקודה C נמצאת בגובה 2R מעל גובה הנקודה A.	
4.2 – בטא את המהירות VA המינימאלית עבורה הגוף ישלים הקפה שלימה בלולאה האנכית.	**הנחיה**: המהירות VA המינימאלית (עבורה הגוף משלים הקפה שלימה) היא המהירות שבה כוח הנורמל בנקודה C שווה לאפס.	$$V_A = \sqrt{5 \cdot g \cdot R}$$ בכל מהירות גדולה מהמהירות VA הגוף מעיק על המסילה בנקודה C , והוא משלים הקפה שלימה. בכל מהירות קטנה מהמהירות VA הגוף ניתק מהמסילה לפני שהוא מגיע לנקודה C והוא לא משלים הקפה.	

המסלול הבא מורכב משלוש מסילות חלקות: מסילה נטויה בזווית קבועה, מסילה אופקית ולולאה אנכית שרדיוסה R.  גוף משוחרר ממנוחה מהנקודה A הנמצאת בגובה hA, ונע במורד המסילה הנטויה , כאשר הגוף מגיע לנקודה B הוא נע במעלה הלולאה האנכית. **4.3** – בטא את גובה hA המינימאלי עבורו הגוף ינוע לאורך הקפה שלימה בלולאה האנכית.	<u>הנחיה</u>: בהמשך לסעיף הקודם, יש למצוא בעזרת שימור אנרגיה מכנית את הגובה hA עבורו מהירות הגוף בנקודה B תהיה: $V_B = \sqrt{5 \cdot g \cdot R}$	$h_A = 2.5 \cdot R$ 1.כדי שהגוף ישלים הקפה שלימה יש לשחררו ממנוחה מגובה 2.5R, (ולא 2R) התשובה מעט מפתיעה. 2.משימור אנרגיה מכנית אין אילוץ לגוף לנוע דווקא במסלול מסוים. יש מסלולים אפשריים רבים לתנועת הגוף באותה אנרגיה מכנית. הוא יכול להינתק מהמסילה ולנוע במהירות גדולה בגובה נמוך, או לנוע במהירות קטנה בגובה רב. רק משימור אנרגיה לא ניתן לדעת אם הגוף ישלים הקפה או לא. לשם כך יש להשתמש במשוואות התנועה.	