

סיכום פסיפס קינמטיקה בקו ישר – הגדרות, דגשים והערות דוגמאות תקפות ואיך הגענו

התאוצה
(Cube 7)

תאוצה היא גודל פיזיקלי המתאר את קצב השינוי במהירותו של הגוף.
התאוצה מסומנת על-ידי a ונמדדת ביחידות של מטר לשנייה בריבוע $\left[\frac{m}{s^2}\right]$.
הגדרת התאוצה:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

מבחינה לוגית, התאוצה מוגדרת ביחס ישר לשינוי המהירות וביחס הפוך לזמן התנועה.

1. מהגדרת התאוצה יחידות התאוצה הן מטר חלקי שנייה, חלקי שניה. לכן יחידות התאוצה הן מטר חלקי שנייה בריבוע.
2. ערך התאוצה שווה למידת שינוי ערך המהירות בכל שניה.
3. כאשר המהירות קטנה הערך של ΔV הוא שלילי, בהתאם להגדרה ערך התאוצה הוא שלילי.
4. לכן כאשר המהירות הולכת וקטנה התאוצה היא שלילית וכאשר המהירות הולכת וגדלה התאוצה חיובית. לא מומלץ להשתמש במושג התאוצה, כשם שאין שם שונה למיקום שלילי או למהירות שלילית כך אין צורך במתן שם חדש לגודל פיזיקלי המתאר תאוצה שלילית.

דוגמה: גוף נע בתנועה במהירות משתנה. מהירויות הגוף בכל רגע הן:

$$v(0) = 2 \frac{m}{s} \quad v(1) = 5 \frac{m}{s} \quad v(2) = 8 \frac{m}{s} \quad v(3) = 11 \frac{m}{s}$$

נחשב את תאוצת הגוף בעזרת הגדרת התאוצה:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t - t_0} = \frac{11 - 2}{3 - 0} = \frac{9}{3} = 3 \frac{m}{s^2}$$

משמעות ערך התאוצה המחושב הוא שהתאוצה גדלה בכל שניה ב 3 מטר לשנייה.
כפי שניתן לראות גם מנתוני התנועה.

הערך המתקבל משימוש בהגדרת התאוצה במקרה של תנועה בתאוצה משתנה הוא ערך התאוצה הממוצעת.

<p>הפונקציה מתארת את מהירות הגוף כתלות בזמן של גוף הנע בתאוצה קבועה.</p> $V(t) = V_0 + a \cdot t$ <p>ניתן לפתח את פונקציית המהירות כתלות בזמן מהגדרת התאוצה.</p> <p>דוגמה: גוף נע בתאוצה שגודלה 3 מטר לשנייה, מהירותו ההתחלתית היא 2 מטר לשנייה. נחשב את מהירות הגוף כעבור 3 שניות מרגע תחילת תנועתו.</p> $V = V_0 + a \cdot t = 2 + 3 \cdot 3 = 11 \frac{m}{s}$ <p>הפונקציה מתאימה לתיאור תנועתו של גוף הנע בתאוצה קבועה בלבד.</p>	<p>פונקציית V(t) (Cube 7)</p>
<p>הפונקציה מתארת את מהירותו של גוף הנע בתאוצה קבועה כתלות בזמן.</p> $X(t) = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ <p>פונקציית מקום-זמן המתאימה לתנועה במהירות קבועה היא מקרה פרטי של פונקציית מקום-זמן המתאימה לתנועה בתאוצה קבועה. ניתן לפתח את הפונקציה בעזרת פונקציית מקום-זמן המתאימה לתנועה במהירות קבועה. כאשר ערך המהירות הקבועה שווה למהירות הממוצעת, בתנועה בתאוצה קבועה המהירות הממוצעת שווה לממוצע חשבוני פשוט בין המהירות ההתחלתית למהירות הסופית. בנוסף יש לבטא את המהירות V בעזרת פונקציית המהירות כתלות בזמן, ולבצע פעולות אלגבריות.</p> <p>דוגמה: נתון גוף הנע ממנוחה, מנקודת ראשית הציר בתאוצה שגודלה 2 מטר לשנייה בריבוע, נחשב את מיקומו כעבור 3 שניות.</p> $X(t) = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 0 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 9m$ <p>הפונקציה מתאימה לתיאור תנועתו של גוף הנע בתאוצה קבועה בלבד.</p>	<p>פונקציית X(t) לגוף הנע בתאוצה קבועה (Cube 7)</p>

**מהירותו
הממוצעת של
גוף הנע
בתאוצה
קבועה
(Cube 7)**

כאשר גוף נע בתאוצה קבועה ניתן לומר שני דברים אודות מהירותו הממוצעת:
1. המהירות הממוצעת שווה לערך המתקבל מחישוב הממוצע של המהירות ההתחלתית והסופית:

$$\frac{(V + V_0)}{2}$$

ניתן להוכיח זאת מהגדרת המהירות הממוצעת בעזרת פונקציית המקום זמן והמהירות זמן.

נבטא את התאוצה, מפונקציית המהירות זמן: $V = V_0 + a \cdot t \Rightarrow a = \frac{V - V_0}{t}$

נציב את ביטוי התאוצה בפונקציית המקום זמן, ונבטא את העתק התנועה:

$$X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V - V_0}{t} \right) \cdot t^2$$

$$X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{V - V_0}{t} \right) \cdot t^2$$

$$X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{V \cdot t}{2} - \frac{V_0 \cdot t}{2}$$

$$\Delta X = \frac{V \cdot t}{2} + \frac{V_0 \cdot t}{2} = \frac{(V + V_0) \cdot t}{2}$$

נציב את ביטוי ההעתק בביטוי המהירות הממוצעת:

$$\bar{V} = \frac{\text{העתק כולל}}{\text{זמן תנועה כולל}} = \frac{\frac{(V + V_0) \cdot t}{2}}{t} = \frac{(V + V_0)}{2}$$

לדוגמה: גוף נע לאורך 140 מטרים במשך 10 שניות, מהירותו ההתחלתית היא 4 מטר לשנייה ומהירותו הסופית 24 מטר לשנייה.
נחשב את מהירותו הממוצעת של הגוף בעזרת ביטוי המהירות הממוצעת:

$$\bar{V} = \frac{\Delta X \text{ כולל}}{\Delta t \text{ כולל}} = \frac{140}{10} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

נחשב את מהירותו הממוצעת של הגוף בעזרת חישוב הערך הממוצע של המהירות ההתחלתית והסופית:

$$\bar{V} = \frac{V + V_0}{2} = \frac{24 + 4}{2} = \frac{28}{2} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ניתן לקבוע שהמהירות הממוצעת שווה לממוצע של המהירות התחלתית והסופית - רק אם הגוף נע בתאוצה קבועה.

המשך
מהירותו
הממוצעת של
גוף הנע
בתאוצה
קבועה
(Cube 7)

2. המהירות הממוצעת של גוף הנע בתאוצה שווה למהירותו הרגעית של הגוף באמצע זמן התנועה.

$$v\left(\frac{t}{2}\right) = \frac{V + V_0}{2}$$

ניתן להוכיח זאת בעזרת פונקציית המהירות כתלות בזמן.

נתייחס לגוף הנע במשך t שניות, נבטא את מהירות הגוף באמצע זמן התנועה. ברגע 0.5t

$$v\left(\frac{t}{2}\right) = V_0 + a \cdot \frac{t}{2} = V_0 + \frac{\Delta V}{2} = V_0 + \frac{V - V_0}{2} = V_0 + \frac{V}{2} - \frac{V_0}{2}$$

$$v\left(\frac{t}{2}\right) = V_0 + \frac{V}{2} - \frac{V_0}{2} = \frac{V_0}{2} + \frac{V}{2} = \frac{V + V_0}{2}$$

קבלנו את ביטוי המהירות הממוצעת, לכן המהירות הרגעית באמצע זמן התנועה שווה למהירות הממוצעת.

לדוגמה: גוף נע לאורך 140 מטרים במשך 10 שניות, מהירותו ההתחלתית היא 4 מטר לשנייה ומהירותו הסופית 24 מטר לשנייה. נחשב את מהירותו הממוצעת של הגוף בעזרת ביטוי המהירות הממוצעת:

$$v(5) = \frac{V + V_0}{2} = \frac{24 + 4}{2} = \frac{28}{2} = 14 \frac{m}{s}$$

הגוף נע במשך 10 שניות ממהירות 4 מטר לשנייה למהירות 24 מטר לשנייה. באמצע זמן התנועה ברגע t=5s, מהירות הגוף שווה ל- 14 מטר לשנייה, בדומה לערך המהירות הממוצעת.

ניתן להשתמש בביטוי המהירות הממוצעת לתיאור מיקומו של גוף הנע בתאוצה קבועה בעזרת פונקציית מקום זמן המתאימה לתנועה במהירות קבועה.

$$x(t) = x_0 + \bar{v} \cdot t \Rightarrow x(t) = x_0 + \frac{V_0 + V}{2} \cdot t$$

הפונקציה מופיעה בדפי הנוסחאות בקינמטיקה, בשאלות בהן לא נתונה ערכה של התאוצה קל יותר אלגברית להשתמש בפונקציה הזאת.

ניתן לקבוע שהמהירות הממוצעת שווה למהירות הרגעית באמצע זמן התנועה - רק אם הגוף נע בתאוצה קבועה.

--	--

סיכום פסיפס קינמטיקה בקו ישר – הגדרות, דגשים והערות דוגמאות תקפות ואיך הגענו

רשם זמן (Cube 7)

רשם זמן הוא התקן המסמן נקודה על פס נייר כל פרק זמן קבוע (לרוב כל 0.02 שניות). הנקודות המסומנות משמשות כתרשים עקבות ממנו ניתן ללמוד על תנועת הגוף. כדי להשתמש ברשם הזמן יש לחבר את פס הנייר לגוף הנע ולהעביר את פס הנייר דרך רשם הזמן כשהוא מופעל.

חישוב מהירותו של גוף הנע במהירות קבועה מתרשים עקבות בפס הנייר- כאשר המרחק בין הנקודות הוא קבוע, ניתן לומר שהגוף עובר בזמנים קבועים מרחקים זהים, הגוף נע במהירות קבועה. ניתן לחשב את מהירות הגוף בעזרת הגדרת המהירות. דוגמה באיור הבא מתואר פס נייר המכיל תרשים עקבות המתאים לתנועה במהירות קבועה, הרשם זמן מסמן נקודה כל 0.02 שניות:



נחשב את מהירות הגוף, נתייחס לתנועת הגוף מרגע סימון הנקודה הראשונה ועד לרגע סימון הנקודה החמישית:

$$v = \frac{\Delta X_{1-5}}{\Delta t_{1-5}} = \frac{0.16}{0.02 \cdot 4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

חישוב מהירותו הרגעית של גוף הנע בתאוצה קבועה מתרשים עקבות בפס הנייר- כאשר המרחק בין הנקודות הולך וגדל, ניתן לומר שהגוף עובר בזמנים קבועים מרחקים יותר ויותר גדולים, מהירות הגוף הולכת וגדלה.

כדי לחשב את המהירות הרגעית ברגע הדפסת נקודה מסוימת יש להשתמש בהגדרת המהירות הממוצעת לתנועה המתחילה בנקודה שלפני הנקודה המסוימת ומסתיימת בנקודה שאחריה. (בתנועה בתאוצה קבועה המהירות הממוצעת שווה למהירות הרגעית באמצע זמן התנועה) דוגמה באיור הבא מתואר פס נייר המכיל תרשים עקבות המתאים לתנועה בתאוצה קבועה, הרשם זמן מסמן נקודה כל 0.02 שניות:



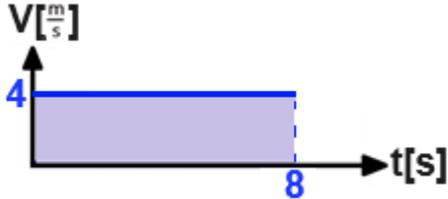
נחשב את המהירות הרגעית של המכונית ברגע הדפסת נקודה 2 וברגע הדפסת נקודה 3:

$$v_2 = \bar{v}_{1,3} = \frac{\Delta X_{1,3}}{\Delta t_{1,3}} = \frac{0.04}{2 \cdot 0.02} = \frac{0.04}{0.04} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_3 = \bar{v}_{2,4} = \frac{\Delta X_{2,4}}{\Delta t_{2,4}} = \frac{0.08}{2 \cdot 0.02} = \frac{0.08}{0.04} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

חישוב תאוצתו של גוף הנע בתאוצה קבועה מתרשים עקבות בפס נייר- ניתן להשתמש בהגדרת התאוצה ולחשב את התאוצה בעזרת שתי מהירויות רגעיות (ברגע הדפסת שתי נקודות), בהתאם לזמן שעבר הזמן שעבר בין סימון הנקודות. בהמשך לדוגמה הקודמת, נחשב את תאוצת המכונית בעזרת הגדרת התאוצה, בהתאם למהירות המכונית ברגע הדפסת נקודות 2 ו-3:

$$a = \frac{\Delta v_{2,3}}{\Delta t_{2,3}} = \frac{v_3 - v_2}{\Delta t_{2,3}} = \frac{2 - 1}{0.02} = \frac{1}{0.02} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

<p>ביטוי ריבוע המהירויות מקשר בין ארבעה גדלים פיזיקליים: העתק, תאוצה, מהירות סופית ומהירות התחלתית:</p> $V^2 = V_0^2 + 2a \Delta x$ <p>כדי לפתח את ביטוי ריבוע המהירויות יש לבטא את זמן התנועה מפונקציית המהירות כתלות בזמן, ולהציב את הביטוי בפונקציית המקום כתלות בזמן.</p> <p>1. נוח להשתמש בביטוי ריבוע המהירויות בתנועה שאין בה התייחסות מפורשת לזמן התנועה. במקרים כאלו השימוש בביטוי חוסך את הצורך בפתרון שתי משוואות בשני נעלמים. (השימוש בביטוי ריבוע המהירויות יכול לחסוך זמן בבחינה, חשוב להכיר את הביטוי)</p> <p>2. הביטוי מופיע בדפי הנוסחאות, אין צורך לפתח אותו.</p> <p>ביטוי ריבוע המהירויות מתאים רק לתנועה בתאוצה קבועה.</p>	<p>ביטוי ריבוע המהירויות (Cube 8)</p>
<p>הגרף מתאר את גודל מהירות הגוף בכל רגע.</p> <p>1. שיפוע הגרף שווה לתאוצת הגוף.</p> <p>בכל גרף ערך השיפוע מחושב בהתאם ליחס שבין הפרש הערכים בציר האנכי לבין הפרש הערכים בציר האופקי.</p> <p>לכן בגרף מהירות כתלות בזמן ערך השיפוע שווה לתאוצת הגוף:</p> $\text{שיפוע} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = a$ <p>2. השטח התחום בין הפונקציה לציר הזמן שווה להעתק התנועה.</p> <p>כאשר גוף נע במהירות קבועה, לחישוב העתק התנועה יש להכפיל את ערך זמן התנועה בערך המהירות. מהכפלת המהירות בזמן התנועה מתקבל בגרף מהירות כתלות בזמן ההעתק לכן השטח התחום בגרף מהירות זמן שווה להעתק התנועה. (נכון לכל סוג תנועה).</p> <p>דוגמה: גוף נע במהירות קבועה שגודלה 4 מטר לשנייה במשך 8 שניות, תנועת הגוף מתוארת בגרף מהירות כתלות בזמן.</p> <p>הגוף נע במהירות קבועה, תאוצתו שווה לאפס- ערך שיפוע הגרף הוא אפס. העתק התנועה הוא 32 מטר- השטח התחום שווה ל 32 מטר.</p>  <p>1. גרף המהירות כתלות בזמן הוא הכלי השימושי ביותר בקינמטיקה. הוא מציג את מהירות הגוף בכל רגע. ערך שיפוע הגרף שווה לתאוצה, וערך השטח התחום שווה להעתק. (למעט מיקום הגוף, הגרף מכיל את כל הגדלים הפיזיקליים בקינמטיקה).</p> <p>2. בשאלות העוסקות בגוף בודד הנע בתנועות שונות הרבה יותר נוח ונכון לתאר את התנועות בגרף מהירות כתלות בזמן ולהגיע ממנו למסקנות.</p>	<p>גרף מהירות כתלות בזמן (Cube 9)</p>

**תנועות
אנכיות
בקו ישר**
(Cube 10)

נפילה חופשית היא תנועה בהשפעת כוח הכובד בלבד. (תנועה בהשפעת כוח הכובד וכוח החיכוך עם האוויר נקראת תנועה בליסטית) בכל תנועה בנפילה חופשית הגוף נע בתאוצה קבועה שגודלה 9.8 מטר לשנייה בריבוע. תאוצה זו נקראת "תאוצת הכובד" והיא מסומנת באות g . אנחנו נתייחס לתאוצת כובד שערכה 10 מטר לשנייה בריבוע.

קיימים שלושה סוגי תנועות בליסטיות אנכיות בקו ישר:

1. נפילה חופשית ממנוחה – גוף משוחרר ממנוחה.
2. זריקה אנכית כלפי מטה – יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מטה.
3. זריקה אנכית כלפי מעלה – יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה.

1. כדי לתאר ולנתח כל אחת משלושת התנועות, ניתן להשתמש בפונקציות ובביטויים המתאימים לתנועה בתאוצה קבועה.

2. סימן התאוצה תלוי בכיוון הציר הנבחר ולא בכיוון הזריקה:

כאשר כיוון הציר הנבחר הוא כלפי מעלה – מהירות הגוף בכל אחת משלושת התנועות קטנה, והתאוצה שלילית.
כאשר כיוון הציר כלפי מטה – מהירות הגוף בכל אחת משלושת התנועות גדלה, והתאוצה חיובית.

3. בתנועה אנכית מיקום הגוף מסומן ב- Y במקום ב- X .

דוגמה: גוף נזרק מגובה 30 מטרים מעל פני הקרקע כלפי מעלה, מהירות זריקת הגוף היא 50 מטר לשנייה, הגוף נע בהשפעת כוח הכבידה בלבד (נע בנפילה חופשית). נתאר את תנועת הגוף ביחס לציר שכיוונו החיובי כלפי מעלה וראשיתו בקרקע. נחשב את מיקום הגוף ביחס לציר ואת מהירותו כעבור 8 שניות.

$$Y = Y_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 30 + 50 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot 8^2 = 30 + 400 - 320 = 110\text{m}$$

$$V = V_0 + a \cdot t = 50 + (-10) \cdot 8 = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ניתן לקבוע שהגוף נע בתאוצת הכובד g רק אם הגוף נע על פני כדור הארץ, בהשפעת כוח הכבידה בלבד.

תנועת שני גופים הנעים בתאוצות קבועות
(Cube 11)

בתנועת שני גופים הנעים בתאוצה קבועה, יש למצוא את מקום המפגש ואת זמן המפגש בדומה לניתוח תנועת שני גופים הנעים במהירות קבועה.

כאשר שני גופים נעים במהירויות קבועות הם יכולים להיפגש רק פעם אחת. כאשר הגופים נעים בתאוצות קבועות הם יכולים להיפגש פעמיים.

כאשר שני גופים נעים בנפילה חופשית, מכיוון שהם נעים בתאוצה זהה, הם יכולים להיפגש בזמן תנועתם רק פעם אחת. דוגמה: שני כדורים נעים בתנועות שונות, נתוני תנועת הכדורים :

$$\begin{aligned}x_{0_1} &= 5m & x_{0_2} &= 3m \\v_{0_1} &= -20 \frac{m}{s} & v_2 &= -8 \frac{m}{s} \\a_1 &= 22.72 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

נכתוב את פונקציית המקום-זמן לכל כדור:

$$X_1(t) = 5 - 20t + 11.36t^2 \quad X_2(t) = 3 - 8t$$

נשווה בין פונקציות המקום-זמן ברגע המפגש:

$$5 - 20t' + 11.36t'^2 = 3 - 8t'$$

קבלנו משוואה ריבועית, הפתרונות של המשוואה הן:

$$\begin{aligned}t_1' &= 0.848s \\t_2' &= 0.207s\end{aligned}$$

שני הזמנים חיוביים, לכן הגופים נפגשים פעמיים, נציב את שני הזמני המפגש באחת מפונקציות המקום-זמן ונמצא את מקומות המפגש:

$$X_2(0.848) = 3 - 8 \cdot 0.848 = -3.784 \text{ m}$$

$$X_2(0.207) = 3 - 8 \cdot 0.207 = 1.344 \text{ m}$$

לפני ביצוע הפעולות למציאת מקום וזמן המפגש מומלץ להבין היטב את התנועות ולהעריך בהתאם כמה פעמים הגופים נפגשים, והיכן.